

Problème 078 – Le Shambhala de PortAventura

Niveau : Première (Spécialité Maths)

Chapitres : Polynômes du second degré, Dérivation

Inédit, publié le 15/12/2019



Le Shambhala est le symbole du parc d'attractions PortAventura, en Catalogne, en Espagne. Plus haute montagne russe d'Europe, elle a aussi la descente la plus haute avec 78 mètres dans la première descente, ainsi que le record de vitesse avec un train allant jusqu'à 134 km/h. Elle n'est certainement pas destinée aux âmes sensibles...

Ewan, qui est un élève de 1^{ère}, décide un jour d'aller au parc avec ses amis. Il a lu sur une description de l'attraction que la première descente a une pente « **inclinée au maximum de 86° au point d'inflexion** », c'est à dire à l'endroit précis où la pente commence à diminuer. En observant d'en bas la première descente du Shambhala (on peut voir ce qu'observe Ewan sur l'**Image 1**), Ewan, qui justement a commencé à étudier les polynômes du second degré cette année, affirme sans sourciller : il reconnaît la forme d'une parabole qui va du sommet jusqu'au point d'inflexion ! Dans ce problème, nous allons vérifier la validité de l'hypothèse émise par Ewan.



Image 1 – Vue d'Ewan sur la première descente du Shambhala

On a schématisé sur la **Figure 1** la forme supposée de la parabole, dont on a centré le sommet sur l'axe des ordonnées dans un repère orthonormé, dont l'unité est le mètre. La parabole est tracée entre le sommet S, situé à 76 mètres de hauteur, et le point d'inflexion supposé C. La projection perpendiculaire au sol de ces points sont respectivement les points O (l'origine du repère) et H.

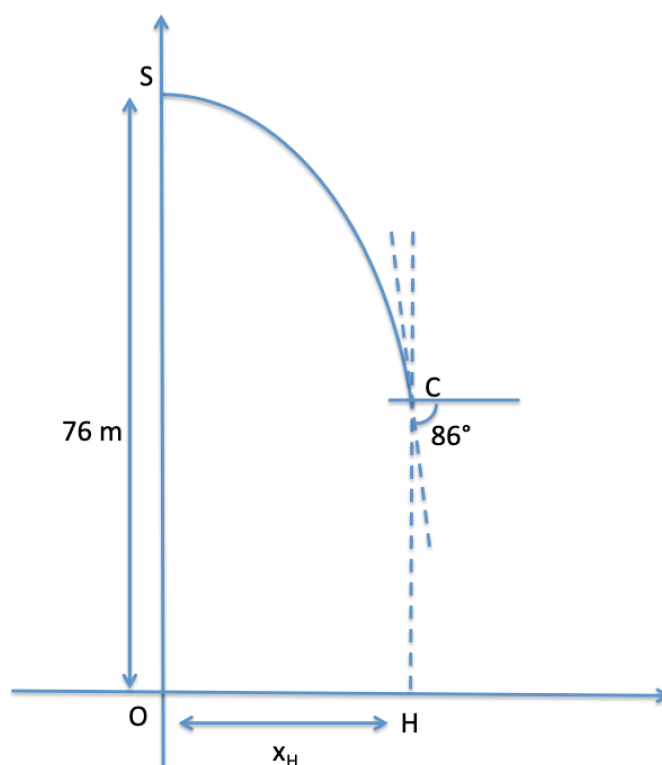


Figure 1 (ci-contre) – Modélisation de la descente par une parabole
(Note : le schéma est indicatif pour la compréhension et n'est pas à l'échelle)

1) En vous appuyant sur l'**Image 1** (avec des mesures directes sur l'image et en supposant que le sol est au niveau du pied des arbres), proposer une estimation grossière de OH (arrondir au mètre près).

2) On note $f(x) = ax^2 + bx + c$ la parabole en question. Déterminer la valeur de c.

3) Montrer que $b = 0$.

4) On note x_H l'abscisse du point H dans le repère (à fortiori, c'est la même abscisse que celle du point C). Dans cette question, on suppose que x_H est égal à la valeur estimée dans la question 1).

a) Calculer le nombre dérivé de f au point C en fonction de a.

b) En utilisant le fait que la pente est de 86° au point C, déterminer la valeur de a (arrondir au millièmè près).

c) Calculer alors la hauteur du point C. Pourquoi le résultat vous semble-t-il étrange ?

5) Dans cette question, pour essayer de résoudre le problème trouvé dans la question 4.c), on fait varier x_H . On pose g la fonction qui à la hauteur x_H , qu'on estime au minimum de 15 mètres, associe la hauteur de C.

a) En vous appuyant sur la démarche de la question 4), déterminer l'expression de g en fonction de x_H .

b) Déterminer le sens de variation de la fonction g.

c) Calculer $g(15)$. En utilisant ce résultat et celui de la question 5b), commenter l'hypothèse d'Ewan.

d) A l'inverse, estimer par mesure sur l'**Image 1** une hauteur grossière du point C. Dans l'hypothèse d'une parabole, à quelle valeur de x_H cela correspondrait-il ? Est-ce crédible ?